

Penentuan Besar Dana *Tabarru'* Berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia 2019 dan Hukum de Moivre

NESTIA LIANINGSIH¹⁾, AGUNG PRABOWO^{2*)}, BUDI PRATIKNO³⁾,
DIAH PARAMITA AMITARWATI⁴⁾

¹⁾Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jenderal Soedirman

²⁾Pascasarjana Ekonomi Syariah, Universitas Islam Negeri Prof. K.H. Saifuddin Zuhri

Corresponding author: Agung Prabowo (agung.prabowo@unsoed.ac.id)

ABSTRAK Dana *tabarru'* adalah kumpulan dana yang berasal dari kontribusi peserta, yang mekanisme penggunaannya sesuai dengan perjanjian asuransi. Dana *tabarru'* ini berfungsi sebagai dana sosial yang difungsikan untuk menolong peserta yang mengalami musibah. Asuransi jiwa berdasarkan pengelolaan dananya dibedakan menjadi dua yaitu asuransi jiwa dengan unsur tabungan dan asuransi jiwa tanpa unsur tabungan. Pada asuransi jiwa tanpa unsur tabungan tidak terdapat dana khusus untuk dana *tabarru'*. Premi dapat dimasukkan ke dalam dana peserta untuk dikembangkan, kemudian keuntungan akan dikembalikan kepada peserta yang tidak mengalami musibah, sedangkan keuntungan perusahaan akan digunakan untuk pembiayaan operasional perusahaan. Hal ini dapat membuat kesulitan dalam pembagian surplus operasional karena tidak terdapat persentase yang jelas untuk dana *tabarru'*. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui persentase dana *tabarru'* dengan Tabel Mortalitas berdasarkan hukum de Moivre dan Tabel Mortalitas Indonesia 2019. Penelitian ini menggunakan metode *Cost of Insurance* yang terdiri dari beberapa komponen, yaitu TMI 2019, asumsi hasil investasi, dan asumsi biaya pengelolaan. Simulasi kasus menunjukkan bahwa besar persentase dana *tabarru'* menggunakan hukum de Moivre lebih besar dibandingkan tanpa menggunakan hukum de Moivre.

KATA KUNCI asuransi jiwa; cost of insurance, de Moivre, *tabarru'*, Tabel Mortalitas Indonesia 2019.

ABSTRACT *Tabarru' fund is a bunch of funds from participant contributions, which is the mechanism used in accordance with the insurance agreement. This tabarru' fund as a social fund that is used to help one of the participants who go through a disaster. Life insurance based on the funds management is divided into two, namely life insurance with elements of savings and life insurance without elements of savings. Life insurance without a savings element there is no special fund for tabarru' funds. Insurance premiums can be put into participant funds to be developed, then profits will be returned to participants who do not experience disasters, while company profits will be used to finance company operations. This can make it difficult to divide the operational surplus because there is no clear percentage for tabarru' funds. This study aims to determine the percentage of tabarru' funds with de Moivre law Mortality Table and Indonesian Mortality Table. This study uses the Cost of Insurance method which consists of several components, TMI 2019, investment return assumption, and management cost assumption. The case simulation shows that the percentage of tabarru' funds using de Moivre's law is greater than without using de Moivre's law.*

KEYWORDS life insurance, cost of insurance; de Moivre; *Tabarru'*; Indonesian Mortality Table 2019.

I. PENDAHULUAN

Asuransi jiwa merupakan asuransi yang memberikan pembayaran sejumlah uang tertentu atas kematian tertanggung kepada ahli waris atau orang yang berhak menerimanya sesuai dengan ketentuan dalam polis

asuransi. Sejumlah uang yang dibayarkan kepada tertanggung tersebut berupa uang pertanggungan [1].

Dana *tabarru'* adalah kumpulan dana yang berasal dari kontribusi peserta, yang mekanisme

penggunaannya sesuai dengan perjanjian asuransi. Dana *tabarru'* ini berfungsi sebagai dana sosial yang difungsikan untuk menolong salah satu peserta yang mengalami musibah.

Menurut Sula [7], berdasarkan cara pengelolaan dananya, asuransi jiwa dibedakan menjadi dua yaitu asuransi jiwa dengan unsur tabungan dan asuransi jiwa tanpa unsur tabungan. Asuransi jiwa tanpa unsur tabungan tidak terdapat dana khusus untuk dana *tabarru'*. Premi dapat dimasukkan ke dalam dana peserta untuk dikembangkan, kemudian keuntungan akan dikembalikan kepada peserta yang tidak mengalami musibah, sedangkan keuntungan perusahaan akan digunakan untuk pembiayaan operasional perusahaan. Hal ini mengakibatkan kesulitan dalam membagi surplus operasional karena tidak ada persentase yang jelas.

Menurut Fitria dkk. [2] *cost of insurance* (COI) terdiri dari beberapa komponen, yaitu tabel mortalitas, asumsi hasil investasi (i), dan asumsi biaya pengelolaan (α). Penelitian tentang konstruksi tabel mortalitas dengan hukum Makeham telah dilakukan oleh Putra dkk. [8] yang meneliti tentang kesesuaian hukum mortalitas Gompertz dan hukum mortalitas Makeham dengan mengacu TMI 2011. Menurut Futami [3], *life table* atau tabel mortalitas merupakan tabel yang menggambarkan distribusi tingkat kematian pada sekelompok orang yang diamati dalam selang waktu tertentu berdasarkan kelompok usia.

Beberapa penelitian terkait dengan penggunaan metode COI untuk perhitungan dana *tabarru'* dilakukan oleh Fitria dkk. [2], Hidayat dkk. [4], dan Indriani dan Sari [5]. Fitria dkk. [2] meneliti mengenai analisis dana *tabarru'* asuransi jiwa syariah menggunakan metode COI dengan Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) 2011. Penelitian berikutnya dilakukan oleh Hidayat dkk. [4] dengan penerapan hukum mortalita Gompertz untuk perhitungan dana *tabarru'* dengan metode COI. Sedangkan, Indriani dan Sari [5] menggunakan hukum mortalita Makeham untuk perhitungan dana *tabarru'* asuransi syariah dengan metode COI. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis hasil persentase dana *tabarru'* dengan metode COI menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia 2019.

Terdapat beberapa macam hukum mortalitas, diantaranya hukum de Moivre, hukum Gompertz, hukum Mahekam, dan hukum Weibull. Menurut Mitus [6] hukum de Moivre memiliki nilai error lebih kecil dibandingkan hukum Gompertz, sehingga dalam penelitian ini penulis menggunakan hukum de Moivre untuk menganalisis hasil persentase dana *tabarru'* dengan metode COI. Hasil tersebut akan dibandingkan dengan persentase dana *tabarru'* tanpa menggunakan hukum de Moive.

II. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan metode studi pustaka dari buku teks, artikel pada jurnal dan prosiding, serta skripsi. Data yang digunakan adalah TMI 2019 dan

ilustrasi pesertaasuransi jiwa. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. melengkapi Tabel Mortalitas Indonesia 2019 tanpa menggunakan hukum de Moivre;
2. melengkapi Tabel Mortalitas Indonesia 2019 dengan hukum de Moivre menggunakan *software* Microsoft Excel 2016;
3. memahami perhitungan dana *tabarru'* dengan metode COI pada asuransi jiwa untuk menentukan persentase dana *tabarru'*;
4. melakukan perhitungan persentase dana *tabarru'* pada data ilustrasi peserta asuransi jiwa dengan α dan i bervariasi;
5. membuat pola hasil perhitungan pada langkah ke-4;
6. membandingkan persentase dana *tabarru'* dengan metode COI menggunakan Tabel Mortalitas hukum de Moivre dan TMI 2019, berdasarkan nilai persentase yang lebih besar;
7. menganalisis hasil perhitungan dengan metode COI untuk menentukan dana *tabarru'* terbaik bagi perusahaan asuransi jiwa berdasarkan hasil perhitungan yang lebih besar.

III. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. ANALISIS DATA

Pada penelitian ini digunakan TMI 2019 (Tabel 1 dan Tabel 2) yang dikeluarkan oleh Persatuan Aktuaris Indonesia (PAI) dan ilustrasi kasus peserta asuransi jiwa untuk menghitung persentase dana *tabarru'*. TMI 2019 hanya menyediakan hasil untuk kolom 1 dan 2 pada Tabel 1 dan Tabel 2. Hasil-hasil untuk kolom lainnya dihitung dengan persamaan dasar pada perhitungan tabel mortalitas secara umum.

Tabel 1 dan 2 menunjukkan bahwa banyaknya individu yang diamati yaitu $l_0 = 100.000$, dengan peluang kematian (q_x), peluang hidup (p_x), dan jumlah individu yang meninggal (d_x).

Tabel 1. Tabel Mortalitas Indonesia 2019 (Laki-Laki)

x	q_x	p_x	l_x	d_x
0	0,00524	0,99476	100.000	524
1	0,00053	0,99947	99.476	53
2	0,00042	0,99958	99.423	42
3	0,00034	0,99966	99.382	34
..
110	0,59244	0,40756	5	3
111	1	0	2	2
112	1	0	0	0

Tabel 2. Tabel Mortalitas Indonesia 2019 (Perempuan)

x	q_x	p_x	l_x	d_x
0	0,00266	0,99734	100.000	266
1	0,00041	0,99959	99.734	41
2	0,00031	0,99969	99.693	31
3	0,00024	0,99976	99.662	24
..
110	0,58702	0,41298	37	22
111	1	0	15	15
112	1	0	0	0



B. PENYUSUNAN TABEL MORTALITAS DENGAN HUKUM DE MOIVRE

Penyusunan Tabel Mortalitas Hukum de Moivre mengacu pada TMI 2019. Diketahui $\omega = 111$ dan jumlah individu yang hidup dengan usia 0 tahun adalah $l_0 = 100.000$ masing-masing untuk Tabel 1 dan Tabel 2. Tabel mortalitas dengan hukum de Moivre untuk laki-laki dan perempuan dilakukan dengan perhitungan yang sama. Banyaknya individu yang berumur 1 tahun dihitung dengan hukum de Moivre:

$$l_x = l_0 \cdot \frac{\omega - x}{\omega} \text{ sehingga}$$

$$l_1 = 100.000 \cdot \frac{111-1}{111} = 99.909.$$

Banyaknya individu yang hidup mencapai usia 1 tahun adalah 99.099 sehingga banyaknya individu meninggal pada usia 0 sampai 1 tahun adalah $d_0 = l_0 - l_1 = 100000 - 99099 = 901$. Percepatan mortalitas dapat dihitung dengan persamaan sebagai berikut:

$$\mu_x = \frac{1}{(\omega - x)} \text{ sehingga}$$

$$\mu_0 = \frac{1}{(111-0)} = 0,00901.$$

Peluang individu berusia 0 tahun akan hidup selama 1 tahun dengan menggunakan persamaan berikut:

$${}_t p_x = p_x \frac{\omega - x - t}{\omega - x} \text{ sehingga}$$

$${}_1 p_x = \frac{111-0-1}{111-0} = 0,99099.$$

Peluang individu berusia 0 tahun akan meninggal pada masa usia 0 sampai 1 tahun dengan menggunakan persamaan berikut:

$${}_t q_x = 1 - {}_t p_x \text{ sehingga}$$

$${}_1 q_x = q_x = 0,00901.$$

Perhitungan untuk memperoleh tabel mortalitas yang bersesuaian dengan hukum mortalitas de Moivre dilanjutkan dengan cara serupa di atas dengan mengacu pada TMI 2019. Hasilnya disajikan pada Tabel 3 (untuk laki-laki) dan Tabel 4 (untuk perempuan).

Tabel 3. Tabel Mortalitas de Moivre untuk Laki-laki

x	l_x	d_x	μ_x	q_x	p_x
0	100000	901	0,00901	0,00901	0,99099
1	99099	901	0,00909	0,00909	0,99091
2	98198	901	0,00917	0,00917	0,99083
3	97297	901	0,00926	0,00926	0,99074
4	96396	901	0,00935	0,00935	0,99065
5	95495	901	0,00943	0,00943	0,99057
6	94595	901	0,00952	0,00952	0,99048
7	93694	901	0,00962	0,00962	0,99038
8	92793	901	0,00971	0,00971	0,99029
9	91892	901	0,00980	0,00980	0,99020
10	90991	901	0,00990	0,00990	0,99010
11	90090	901	0,01000	0,01000	0,99000
..
110	901	901	1,00000	1,00000	0,00000
111	0	0	-	-	-

Tabel 4. Tabel Mortalitas de Moivre untuk Perempuan

x	l_x	d_x	μ_x	q_x	p_x
0	100000	901	0,00901	0,00901	0,99099
1	99099	901	0,00909	0,00909	0,99091
2	98198	901	0,00917	0,00917	0,99083
3	97297	901	0,00926	0,00926	0,99074
4	96396	901	0,00935	0,00935	0,99065
5	95495	901	0,00943	0,00943	0,99057
6	94595	901	0,00952	0,00952	0,99048
7	93694	901	0,00962	0,00962	0,99038
8	92793	901	0,00971	0,00971	0,99029
9	91892	901	0,00980	0,00980	0,99020
10	90991	901	0,00990	0,00990	0,99010
11	90090	901	0,01000	0,01000	0,99000
..
110	901	901	1,00000	1,00000	0,00000
111	0	0	-	-	-

C. PERHITUNGAN PERSENTAS DANA TABARRU' MENGGUNAKAN METODE COST OF INSURANCE

Besar nilai persentase dana tabarru' dapat dihitung menggunakan metode *cost of insurance* (COI_x). Perhitungan dana tabarru' menggunakan TMI 2019 dengan persamaan sebagai berikut:

$$COI_x = \frac{v \cdot q_x}{1-a} = \frac{\left(\frac{1}{1+i}\right) \cdot q_x}{1-a}$$

Pada penelitian ini besar asumsi hasil investasi (i) yang digunakan yaitu 2%, 3%, 5%, 10%, dan 15% dengan asumsi biaya pengelolaan (a) yaitu 20% dan 30%.

C.1. Perhitungan Persentase Dana Tabarru' dengan TMI 2019 untuk Laki-Laki

C.1.1. Persentase Dana Tabarru' dengan Biaya Pengelolaan 20%

Tabel 1 dan Tabel 2 merupakan Tabel Mortalitas Indonesia 2019. Untuk menghitung nilai COI_x dibutuhkan nilai q_x pada TMI 2019. Berikut ini merupakan perhitungan dana tabarru' menggunakan Tabel 1 (TMI 2019) dengan besarnya asumsi biaya pengelolaan (a) yaitu 20%. Perhitungannya dikerjakan dengan persamaan (1) dan sebagai contoh dihitung untuk usia $x = 0$ tahun.

$$COI_0 = \frac{\left(\frac{1}{1+0,02}\right) \cdot 0,00524}{1-0,20} = 0,00642.$$

Perhitungan dilanjutkan sesuai dengan Tabel 1 dengan nilai asumsi hasil investasi (i) yaitu 2%, 3%, 5%, 10%, dan 15%. Hasilnya diringkaskan pada Tabel 5.

Tabel 5 menunjukkan bahwa hasil perhitungan persentase dana tabarru' laki-laki untuk asumsi biaya pengelolaan (a) yaitu 20% dengan asumsi hasil investasi (i) yaitu 2%, 3%, 5%, 10%, dan 15%, pada individu usia 0 – 1 tahun secara berturut-turut sebesar 0,00642, 0,00636, 0,00624, 0,00596, 0,00570.

Untuk setiap hasil investasi yang ditabelkan pada Tabel 5, persentase dana tabarru' mengalami penurunan pada interval 0 – 12 tahun dan meningkat pada usia 13 dan seterusnya. Tabel 5 juga memberikan informasi bahwa semakin kecil hasil bagi, maka persentase dana tabarru' semakin bertambah.

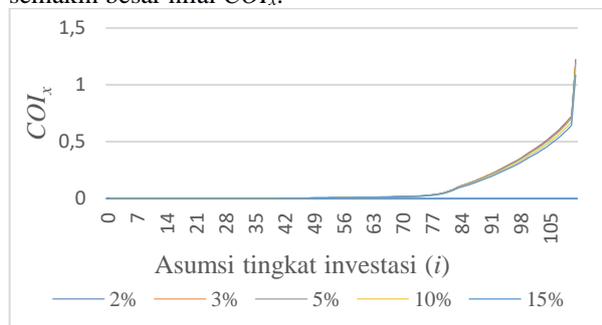


Tabel 5. Persentase Dana *Tabarru'* Laki-laki untuk Biaya Pengelolaan 20%

Usia <i>x</i>	Hasil Investasi (<i>i</i>)				
	2%	3%	5%	10%	15%
0	0,00642	0,00636	0,00624	0,00595	0,00570
1	0,00065	0,00064	0,00063	0,00060	0,00058
2	0,00051	0,00051	0,00050	0,00048	0,00046
3	0,00042	0,00041	0,00040	0,00039	0,00037
4	0,00036	0,00035	0,00035	0,00033	0,00032
5	0,00032	0,00032	0,00031	0,00030	0,00028
6	0,00028	0,00028	0,00027	0,00026	0,00025
7	0,00026	0,00025	0,00025	0,00024	0,00023
8	0,00025	0,00024	0,00024	0,00023	0,00022
9	0,00025	0,00024	0,00024	0,00023	0,00022
10	0,00023	0,00023	0,00023	0,00022	0,00021
11	0,00023	0,00023	0,00023	0,00022	0,00021
12	0,00023	0,00023	0,00023	0,00022	0,00021
13	0,00025	0,00024	0,00024	0,00023	0,00022
110	0,72603	0,71898	0,70529	0,67323	0,64396
111	1,22549	1,21359	1,19048	1,13636	1,08696
112	1,22549	1,21359	1,19048	1,13636	1,08696

Grafik persentase dana *tabarru'* diberikan pada Gambar 1. Pada Gambar 1, sumbu *x* menunjukkan usia peserta sedangkan sumbu *y* menunjukkan besarnya persentase dana *tabarru'* yang dihitung menggunakan metode COI untuk individu yang berusia *x* tahun (COI_x). Warna pada grafik menunjukkan besarnya asumsi tingkat investasi (*i*).

Dari grafik pada Gambar 1 terlihat peningkatan yang sangat tajam mulai usia 76 tahun. Dari grafik dapat disimpulkan bahwa semakin kecil nilai *i* maka semakin besar nilai COI_x .



Gambar 1. Grafik Persentase Dana *Tabarru'* Laki-laki untuk Biaya Pengelolaan 20%.

C.1.2. Persentase Dana *Tabarru'* dengan Biaya Pengelolaan 30%

Berikut ini merupakan perhitungan dana *tabarru'* menggunakan Tabel 1 (TMI 2019) dengan asumsi biaya pengelolaan (*a*) yaitu 30%

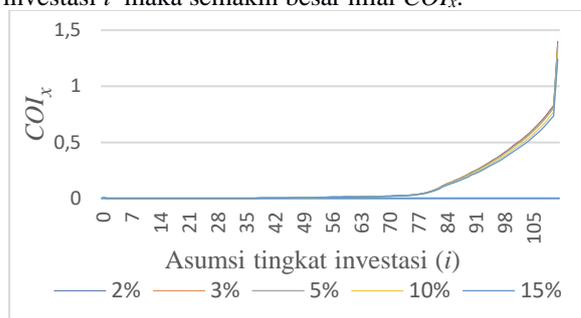
$$COI_0 = \frac{\left(\frac{1}{1+2\%}\right)^{0,00524}}{1-30\%} = 0,00734.$$

Perhitungan dilanjutkan sesuai dengan Tabel 1 dengan nilai asumsi tingkat investasi (*i*) yaitu 2%, 3%, 5%, 10%, dan 15% yang dituliskan pada Tabel 6.

Tabel 6. Persentase Dana *Tabarru'* Laki-laki untuk Biaya Pengelolaan 30%

Usia <i>x</i>	Hasil Investasi (<i>i</i>)				
	2%	3%	5%	10%	15%
0	0,00734	0,00727	0,00713	0,00681	0,00651
1	0,00074	0,00074	0,00072	0,00069	0,00066
2	0,00059	0,00058	0,00057	0,00055	0,00052
3	0,00048	0,00047	0,00046	0,00044	0,00042
4	0,00041	0,00040	0,00039	0,00038	0,00036
5	0,00036	0,00036	0,00035	0,00034	0,00032
6	0,00032	0,00032	0,00031	0,00030	0,00029
7	0,00029	0,00029	0,00029	0,00027	0,00026
8	0,00028	0,00028	0,00027	0,00026	0,00025
9	0,00028	0,00028	0,00027	0,00026	0,00025
10	0,00027	0,00026	0,00026	0,00025	0,00024
11	0,00027	0,00026	0,00026	0,00025	0,00024
12	0,00027	0,00026	0,00026	0,00025	0,00024
13	0,00028	0,00028	0,00027	0,00026	0,00025
110	0,82975	0,82169	0,80604	0,76940	0,73595
111	1,40056	1,38696	1,36054	1,29870	1,24224
112	1,40056	1,38696	1,36054	1,29870	1,24224

Analisis berdasarkan Tabel 6 dan grafik pada Gambar 2 sama persis dengan hasil analisis berdasarkan Tabel 5 dan grafik pada Gambar 1. Artinya, untuk setiap hasil investasi, persentase dana *tabarru'* mengalami penurunan pada interval 0 – 12 tahun dan meningkat pada usia 13 dan seterusnya, serta terjadi peningkatan yang sangat tajam mulai usia 76 tahun. Kesimpulan lainnya, semakin kecil nilai tingkat investasi *i* maka semakin besar nilai COI_x .



Gambar 2. Grafik Persentase Dana *Tabarru'* Laki-Laki untuk Biaya Pengelolaan 30%.

C.2 Perhitungan Persentase Dana *Tabarru'* dengan TMI 2019 untuk Perempuan

C.2.1 Persentase Dana *Tabarru'* dengan Biaya Pengelolaan 20%

Persentase dana *tabarru'* dihitung dengan persamaan (1), dan hasilnya diberikan pada Tabel 7. Perhitungan ini menggunakan TMI 2019 untuk perempuan dengan biaya pengelolaan *a* = 20% dan asumsi tingkat investasi (*i*) yaitu 2%, 3%, 5%, 10%, dan 15%.

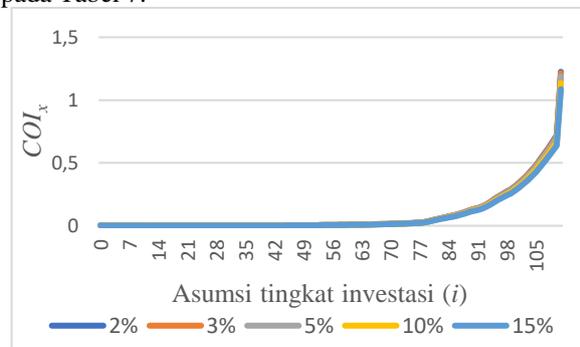
Tabel 7. Persentase Dana *Tabarru'* Perempuan untuk Biaya Pengelolaan 20%

Usia <i>x</i>	Hasil Investasi (<i>i</i>)				
	2%	3%	5%	10%	15%
0	0,00326	0,00323	0,00317	0,00302	0,00289
1	0,00050	0,00050	0,00049	0,00047	0,00045
2	0,00038	0,00038	0,00037	0,00035	0,00034
3	0,00029	0,00029	0,00029	0,00027	0,00026
4	0,00026	0,00025	0,00025	0,00024	0,00023
5	0,00025	0,00024	0,00024	0,00023	0,00022



6	0,00027	0,00027	0,00026	0,00025	0,00024
7	0,00028	0,00028	0,00027	0,00026	0,00025
8	0,00027	0,00027	0,00026	0,00025	0,00024
9	0,00026	0,00025	0,00025	0,00024	0,00023
10	0,00023	0,00023	0,00023	0,00022	0,00021
11	0,00326	0,00323	0,00317	0,00302	0,00289
..
110	0,71939	0,71240	0,69883	0,66707	0,63807
111	1,22549	1,21359	1,19048	1,13636	1,08696
112	1,22549	1,21359	1,19048	1,13636	1,08696

Grafik untuk persentase dana *tabarru'* yang disediakan pada Tabel 7 tersedia pada Gambar 3. Tabel 7 menunjukkan bahwa hasil perhitungan persentase dana *tabarru'* perempuan untuk asumsi biaya pengelolaan (*a*) yaitu 20% dengan asumsi tingkat investasi (*i*) yaitu 2%, 3%, 5%, 10%, dan 15%, pada usia 0 – 1 tahun secara berturut-turut sebesar 0,00326, 0,00323, 0,00317, 0,00302, 0,00290. Untuk persentase dana *tabarru'* perempuan usia selanjutnya dapat dilihat pada Tabel 7.



Gambar 3. Grafik Persentase Dana *Tabarru'* Perempuan untuk Biaya Pengelolaan 20%.

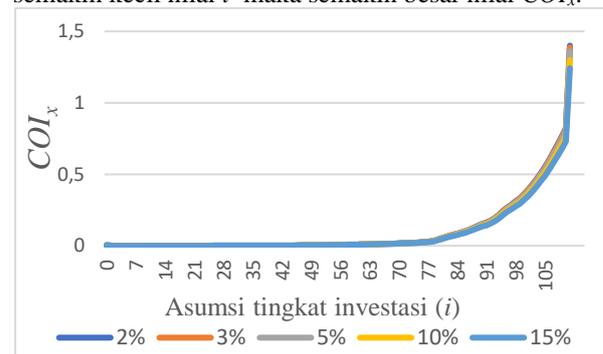
C.2.2 Persentase Dana *Tabarru'* dengan Biaya Pengelolaan 30%

Tabel 8 mendaftarkan hasil perhitungan persentase dana *tabarru'* yang dihitung dengan persamaan (1). Perhitungan ini menggunakan menggunakan TMI 2019 untuk perempuan dengan biaya pengelolaan *a* = 30% dan asumsi tingkat investasi *i* = 2%, 3%, 5%, 10%, dan 15%.

Tabel 8. Persentase Dana *Tabarru'* Perempuan untuk Biaya Pengelolaan 30%

Usia	Hasil Investasi (<i>i</i>)				
	2%	3%	5%	10%	15%
<i>x</i>					
0	0,00373	0,00369	0,00362	0,00345	0,00330
1	0,00057	0,00057	0,00056	0,00053	0,00051
2	0,00043	0,00043	0,00042	0,00040	0,00039
3	0,00034	0,00033	0,00033	0,00031	0,00030
4	0,00029	0,00029	0,00029	0,00027	0,00026
5	0,00028	0,00028	0,00027	0,00026	0,00025
6	0,00031	0,00031	0,00030	0,00029	0,00027
7	0,00032	0,00032	0,00031	0,00030	0,00029
8	0,00031	0,00031	0,00030	0,00029	0,00027
9	0,00029	0,00029	0,00029	0,00027	0,00026
10	0,00027	0,00026	0,00026	0,00025	0,00024
11	0,00025	0,00025	0,00024	0,00023	0,00022
..
110	0,82216	0,81417	0,79867	0,76236	0,72922
111	1,40056	1,38696	1,36054	1,29870	1,24224
112	1,40056	1,38696	1,36054	1,29870	1,24224

Grafik untuk persentase dana *tabarru'* pada Tabel 8 disiapkan pada Gambar 4. Untuk jenis kelamin perempuan, persentas dana *tabarru'* yang dihitung dengan menggunakan TMI 2019 dengan asumsi tingkat investasi (*i*) yaitu 2%, 3%, 5%, 10%, dan 15%, memberikam hasil yang sama untuk biaya pengelolaan *a* = 20% dan *a* = 30%. Pertama, untuk usia 0 sampai dengan 17 tahun pada awal usia (0 – 5 tahun) terjadi penurunan namun kemudian terlihat adanya fluktuasi rendah. Sejak usia 18 tahun persentase dana *tabarru'* memperlihatkan peningkatan kecil hingga pada usia 78 tahun terjadi peningkatan yang sangat mencolok. Kedua, seperti yang terjadi pada jenis kelamin laki-laki, semakin kecil nilai *i* maka semakin besar nilai *COI_x*.



Gambar 4. Grafik Persentase Dana *Tabarru'* Perempuan untuk Biaya Pengelolaan 30%.

C.3 Perhitungan Persentase Dana *Tabarru'* dengan Hukum de Moivre untuk Laki-Laki dan Perempuan dengan Biaya Pengelolaan 20% dan 30%

Tabel 3 dan Tabel 4 merupakan Tabel Mortalitas Indonesia dengan menggunakan hukum de Moivre. Dari Tabel 3 dan Tabel 4 dapat disimpulkan bahwa tabel mortalitas laki-laki dan perempuan memiliki nilai yang sama, sehingga pada perhitungan dana *tabarru'* menggunakan hukum de Moivre untuk laki-laki dan perempuan yang dihitung dihitug persamaan (1) memberikan hasil yang tepat sama. Hasil tersebut didaftarkan pada Tabel 9.

Tabel 9. Persentase Dana *Tabarru'* dengan Biaya Pengelolaan 20% dan Hukum de Moivre

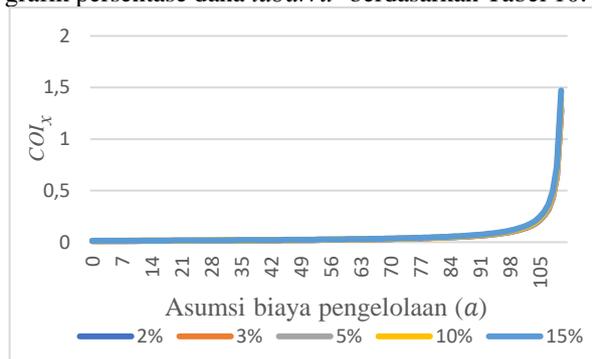
Usia	Hasil Investasi (<i>i</i>)				
	2%	3%	5%	10%	15%
<i>x</i>					
0	0,01104	0,01093	0,01073	0,01024	0,00979
1	0,01114	0,01103	0,01082	0,01033	0,00988
2	0,01124	0,01113	0,01092	0,01043	0,00997
3	0,01135	0,01124	0,01102	0,01052	0,01006
4	0,01145	0,01134	0,01113	0,01062	0,01016
5	0,01156	0,01145	0,01123	0,01072	0,01025
6	0,01167	0,01156	0,01134	0,01082	0,01035
7	0,01178	0,01167	0,01145	0,01093	0,01045
8	0,01190	0,01178	0,01156	0,01103	0,01055
9	0,01201	0,01190	0,01167	0,01114	0,01066
10	0,01213	0,01202	0,01179	0,01125	0,01076
11	0,01225	0,01214	0,01190	0,01136	0,01087
..
..
110	1,22549	1,21359	1,19048	1,13636	1,08696
111	Tak terdefinisi	Tak terdefinisi	Tak terdefinisi	Tak terdefinisi	Tak terdefinisi

Tabel 9 menyediakan hasil perhitungan persentase dana *tabarru'* biaya pengelolaan $a = 20\%$ dan asumsi hasil investasi (i) yaitu 2%, 3%, 5%, 10%, dan 15%. Sedangkan Tabel 10 adalah persentase dana *tabarru'* untuk nilai $a = 30\%$.

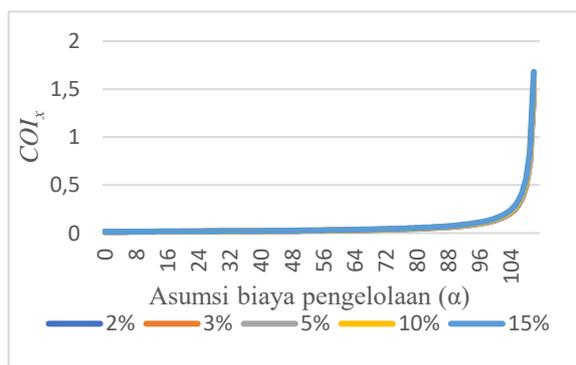
Tabel 10. Persentase Dana *Tabarru'* untuk Biaya Pengelolaan 30% Menggunakan Hukum de Moivre

Usia	Hasil Investasi (i)				
	2%	3%	5%	10%	15%
0	0,01262	0,01250	0,01226	0,01170	0,01119
1	0,01273	0,01261	0,01237	0,01181	0,01129
2	0,01285	0,01272	0,01248	0,01191	0,01140
3	0,01297	0,01284	0,01260	0,01203	0,01150
4	0,01309	0,01296	0,01272	0,01214	0,01161
5	0,01321	0,01308	0,01284	0,01225	0,01172
6	0,01334	0,01321	0,01296	0,01237	0,01183
7	0,01347	0,01334	0,01308	0,01249	0,01194
8	0,01360	0,01347	0,01321	0,01261	0,01206
9	0,01373	0,01360	0,01334	0,01273	0,01218
10	0,01387	0,01373	0,01347	0,01286	0,01230
11	0,01401	0,01387	0,01361	0,01299	0,01242
..
..
110	1,40056	1,38696	1,36054	1,29870	1,24224
111	Tak terdefinisi	Tak terdefinisi	Tak terdefinisi	Tak terdefinisi	Tak terdefinisi

Grafik untuk persentase dana *tabarru'* pada Tabel 9 diberikan di Gambar 5. Sedangkan Gambar 6 adalah grafik persentase dana *tabarru'* berdasarkan Tabel 10.



Gambar 5. Grafik Persentase Dana *Tabarru'* untuk Biaya Pengelolaan 20% dan Hukum de Moivre.



Gambar 6. Grafik Persentase Dana *Tabarru'* untuk Biaya Pengelolaan 30% dan Hukum de Moivre.

Dari Tabel 9 dan Tabel 10 atau berdasarkan grafik pada Gambar 5 dan Gambar 6 dapat disimpulkan bahwa nilai persentase dana *tabarru'* berbanding lurus dengan usia peserta asuransi, sehingga nilai COI_x semakin besar seiring bertambahnya usia peserta.

Selanjutnya dapat disimpulkan bahwa semakin kecil nilai i maka semakin kecil nilai COI_x .

C.4 Simulasi Kasus Perhitungan Dana *Tabarru'* dengan Metode *Cost of Insurance*

Perhitungan dana *tabarru'* dilakukan untuk membandingkan dana *tabarru'* dengan metode *cost of insurance* menggunakan hukum de Moivre dan TMI 2019. Dana *tabarru'* dihitung dengan mengalikan persentase COI_x dengan besar uang pertanggungan.

Ilustrasi pertama:

Seorang perempuan yang berusia 35 tahun, dengan nilai investasi sebesar 3% dan biaya pengelolaan sebesar 30% serta uang pertanggungan sebesar Rp 75.000.000,00.

Perhitungan dana *tabarru'* menggunakan TMI 2019: Berdasarkan Tabel 8 besar nilai $COI_{35} = 0,00111$, sehingga nilai dana *tabarru'* = $COI_{35} \times$ Rp 75.000.000,00 = Rp 83.217,75.

Perhitungan dana *tabarru'* menggunakan Tabel Mortalitas hukum de Moivre:

Berdasarkan Tabel 10 besar nilai $COI_{35} = 0,01825$, sehingga nilai dana *tabarru'* = $COI_{35} \times$ Rp 75.000.000,00 = Rp 1.368.750,00.

Ilustrasi kedua:

Seorang laki-laki yang berusia 35 tahun, dengan nilai investasi sebesar 5% dan biaya pengelolaan sebesar 30% serta uang pertanggungan sebesar Rp. 75.000.000,00.

Perhitungan dana *tabarru'* menggunakan TMI 2019: Berdasarkan Tabel 7 besar nilai $COI_{35} = 0,00146$, sehingga besarnya dana *tabarru'* = $COI_{35} \times$ Rp 75.000.000,00 = Rp 109500,00.

Perhitungan dana *tabarru'* menggunakan Tabel Mortalitas hukum de Moivre:

Berdasarkan Tabel 10 besar nilai $COI_{35} = 0,01790$, sehingga besarnya dana *tabarru'* = $COI_{35} \times$ Rp 75.000.000,00 = Rp 1.342.500,00.

Berdasarkan kedua ilustrasi, nilai COI_x dengan menggunakan Tabel Mortalitas hukum de Moivre lebih besar dibandingkan TMI 2019. Akibatnya besar dana *tabarru'* yang dihitung menggunakan Tabel Mortalitas hukum de Moivre lebih besar dibandingkan TMI 2019.

IV. SIMPULAN DAN SARAN

Dari pembahasan yang telah dilakukan, ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Tabel Mortalitas yang dibangun dengan hukum de Moivre menunjukkan nilai q_x semakin besar ketika usia peserta asuransi semakin bertambah. Sedangkan pada TMI 2019 nilai q_x sesuai dengan yang telah ditetapkan Persatuan Aktuaris Indonesia.

- Nilai d_x atau angka kematian pada Tabel Mortalitas hukum de Moivre sama untuk setiap tahunnya hal itu tidak sesuai dengan kehidupan nyata.
2. Nilai COI_x menggunakan TMI 2019 cenderung menurun dan berfluktuasi kecil pada usia 0 – 12 tahun, serta terus meningkat perlahan hingga terjadi peningkatan sangat tajam pada usia 76 tahun. Besarnya biaya pengelolaan (a) mempengaruhi nilai COI_x dengan semakin besarnya a maka semakin besar COI_x . Selanjutnya dapat disimpulkan nilai COI_x berbanding terbalik dengan asumsi hasil investasi (i), sehingga semakin kecil nilai i maka semakin besar nilai COI_x .
 3. Nilai COI_x dengan menggunakan Tabel Mortalitas hukum de Moivre berbanding lurus dengan asumsi hasil investasi (i) dan usia peserta asuransi (x), sehingga nilai COI_x semakin besar saat nilai i semakin besar dan seiring bertambahnya usia peserta. Pertambahan yang besar terjadi mulai usia 78 tahun. Selanjutnya dapat disimpulkan bahwa nilai COI_x semakin besar mengikuti besarnya asumsi biaya pengelolaan (a).
 4. Untuk biaya pengelolaan 20% dan 30% serta untuk semua hasil investasi yang digunakan, baik dengan TMI 2019 laki-laki dan perempuan maupun dengan Tabel Mortalitas hukum de Moivre, semakin kecil nilai i maka semakin kecil nilai COI_x .
 5. Nilai COI_x dengan menggunakan Tabel Mortalitas hukum de Moivre lebih besar dibandingkan TMI 2019.
 6. Besarnya dana *tabarru'* dapat dihitung dengan mengalikan nilai COI_x dengan besar uang pertanggungan. Hasil ilustrasi kasus peserta asuransi jiwa menunjukkan bahwa besar dana *tabarru'* menggunakan Tabel Mortalitas hukum de Moivre lebih besar dibandingkan TMI 2019.
- Adapun beberapa saran dari peneliti yang dapat diberikan adalah sebagai berikut:
1. Perusahaan asuransi sebaiknya menggunakan TMI 2019 daripada menggunakan Tabel Mortalitas de Moivre karena besarnya dana *tabarru'* menggunakan TMI 2019 bernilai lebih kecil.
 2. Bagi penelitian selanjutnya diharapkan dapat menerapkan hukum mortalitas lainnya untuk penelitian serupa serta membandingkan beberapa hukum untuk perhitungan persentase dana *tabarru'* terbaik.

References

- [1] Bowers, N.L., Gerber, H.U., Hickman, J.C., Jones, D.A., dan Nesbitt, C.J., *Actuarial Mathematics*, Illinois, The Society of Actuaries, 1997, 1567 p.
- [2] Fitria, A., Satyhadewi N., Kiftiah, M. "Analisis Dana *Tabarru'* Asuransi Jiwa Syariah menggunakan Perhitungan Metode *Cost of Insurance*", *Bulletin Ilmiah Matematika dan Terapannya*, vol. 5, issue, pp.:53-60, 2016.
- [3] Futami, T., *Matematika Asuransi Jiwa I dan II*. (Terjemahan oleh Gatot Herliyanto). Tokyo, Oriental Life Insurance Cultural Development Center, 1993, 107 p.
- [4] Hidayat, F.N., Cahyandari R., Awalluddin, A.S. "Penerapan Hukum Mortalita Gompertz untuk Perhitungan Dana *Tabarru'* dengan Metode *Cost of Insurance*", *Kubik*, vol. 4, issue 1, pp. 156-162, 2019.
- [5] Indriani, R., Sari, D.P. "Perhitungan Dana *Tabarru'* Asuransi Syariah Menggunakan Hukum Mortalita Makeham dengan Metode *Cost of Insurance*", *UNP Journal of Mathematics*, vol. , issue 2, pp. 23-27, 2020.
- [6] Mitus, A., *Analisis Perbandingan Survival Funtion dengan Hukum de Moivre dan Hukum Gompertz*, 2016, [Online]. Available at: <http://theses.uin-malang.ac.id/3833/1/11610026.pdf>.
- [7] Sula, M.S., *Asuransi Syariah*. Jakarta: Gema Insani Press, 2004, 196 p.
- [8] Putra, D.A., Fitriyati, N., Mahmudi, M. Fit of the 2011 Indonesian Mortality Table to Gompertz Law and Makeham Law using Maximum Likelihood Estimation. *InPrime: Indonesian Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol. 1, issue 2, 68-76, 2019.

...