

# Konstruksi tabel mortalitas untuk laki-laki menggunakan hukum makeham dengan mengacu pada TMI 2019

Azkiyatul Azizah<sup>1</sup>, Erlinda Dewi Ratnasari<sup>1</sup>, Andina Salma Mukhtar<sup>1</sup>, Eliza Nazilul Falah<sup>1</sup>, Agung Prabowo<sup>1</sup>

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,  
Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto

Penulis Korespondensi : Agung Prabowo (e-mail: agung.prabowo@unsoed.ac.id)

## ABSTRAK

Tabel mortalitas merupakan gambaran mengenai kehidupan seorang individu dengan banyaknya individu yang bersifat hipotesis dan jumlahnya berangsur-angsur berkurang disebabkan kematian. Tabel mortalitas dikonstruksikan secara matematis untuk memberikan deskripsi secara lengkap mengenai angka kematian dan harapan hidup serta menunjukkan pola kematian dari sekumpulan orang yang dilahirkan pada waktu yang sama berdasarkan usia yang telah dicapainya. Artikel ini bertujuan untuk mengetahui cara mengonstruksi tabel mortalitas dengan mengacu pada TMI 2019 untuk laki-laki dengan menggunakan hukum mortalitas Makeham. Konstruksi peluang meninggal pada TMI 2019 untuk laki-laki dengan menggunakan hukum mortalitas Makeham diperoleh dengan pendekatan *uniformly distribution of death* (UDD). Hasil konstruksi peluang meninggal pada TMI 2019 untuk laki-laki dengan menggunakan hukum mortalitas Makeham cenderung lebih rendah apabila dibandingkan dengan peluang meninggal pada TMI 2019 untuk laki-laki. Pada hasil konstruksi dengan hukum mortalitas Makeham, peluang meninggal terendah terjadi pada umur 0 tahun yaitu 0,001104978, sedangkan peluang meninggal tertinggi terjadi pada umur 111 tahun yaitu sebesar 1.

**KATA KUNCI** hukum mortalitas Makeham, kuadrat terkecil, konstruksi, tabel mortalitas, *uniformly distribution of death*

## 1. PENDAHULUAN

Tabel mortalitas merupakan gambaran mengenai banyaknya individu yang bersifat hipotesis dan jumlahnya berangsur-angsur berkurang dikarenakan kematian. Tabel mortalitas sendiri terdiri dari dua jenis, yaitu tabel mortalitas lengkap dan tabel mortalitas ringkas. Tabel mortalitas lengkap ialah tabel mortalitas yang dibuat menurut umur satu tahunan. Sedangkan tabel mortalitas ringkas merupakan tabel mortalitas yang meliputi semua usia, tetapi perinciannya menurut jenjang umur tertentu, misalnya lima tahunan atau sepuluh tahunan. Tabel mortalitas nantinya akan berperan penting sebagai dasar perhitungan tingkat harapan hidup di masa mendatang. Pada TMI 2019 terdapat dua tabel, yakni untuk laki-laki dan perempuan. Hanya saja pada artikel ini akan mengacu pada TMI 2019 untuk laki-laki.

Dalam mengonstruksi tabel mortalitas terdapat beberapa hukum yang dapat digunakan, seperti hukum Gompertz, Makeham, de Moivre, dan Weibull [7]. Pada artikel ini digunakan hukum mortalitas Makeham. Hukum Makeham merupakan modifikasi dari hukum Gompertz, sehingga perhitungan kematiannya tidak hanya karena faktor usia, tetapi bisa juga karena faktor-

faktor lain yang tidak dipengaruhi oleh usia, misalnya penyakit, kecelakaan, bencana alam, dan lain-lain.

Penelitian mengenai konstruksi tabel mortalitas dengan hukum Makeham telah dilakukan oleh beberapa peneliti. Putra dkk. [2] meneliti tentang kesesuaian hukum mortalitas Gompertz dan hukum mortalitas Makeham dengan mengacu TMI 2011, baik untuk pria maupun wanita. Estimasi parameter kedua hukum tersebut menggunakan metode *maximum likelihood estimation*. Sementara itu, pendekatan numerik untuk estimasi parameter hukum Gompertz menggunakan metode Newton Raphson, dan untuk estimasi parameter hukum Makeham menggunakan metode Boyden. Penelitian tentang penaksiran parameter pada hukum Makeham juga telah dilakukan oleh Soysa dkk. [4]. Dalam penelitiannya, Soysa dkk. [4] mengestimasi parameter hukum Makeham dengan metode langsung dan metode kuadrat terkecil.

Berdasarkan uraian di atas, rumusan masalah pada artikel ini adalah bagaimana cara mengonstruksi tabel mortalitas dengan mengacu pada TMI 2019 untuk laki-laki menggunakan hukum Makeham. Adapun tujuan dari penulisan artikel ini adalah memperoleh tabel mortalitas dengan mengacu pada TMI 2019 untuk laki-

laki dengan hukum Makeham. Penaksiran parameter pada hukum Makeham dilakukan dengan metode kuadrat terkecil.

2. TINJAUAN PUSTAKA

a. Table Mortalitas

Menurut Siegel & Swanson [3], tabel mortalitas menggambarkan model kehidupan kelompok penduduk yang dimulai dengan kelahiran pada waktu yang sama, kemudian perlahan-lahan berkurang karena kematian hingga tak ada satu pun yang tertinggal. Tabel mortalitas dikonstruksikan secara matematis untuk memberikan deskripsi secara lengkap mengenai angka kematian dan harapan hidup serta menunjukkan pola kematian dari sekumpulan orang yang dilahirkan pada waktu yang sama berdasarkan usia yang telah dicapainya. Secara umum, notasi yang digunakan dalam tabel mortalitas adalah:

1. notasi  $x$  menyatakan usia atau umur setiap individu;
2. notasi  $l_x$  menyatakan jumlah individu yang bertahan hidup pada usia tepat  $x$  tahun;
3. notasi  $d_x$  menyatakan banyaknya individu yang meninggal setelah mencapai usia ulang tahunnya yang terakhir, dengan persamaan untuk memperoleh nilai  $d_x$  adalah

$$d_x = l_x - l_{x+1};$$

4. notasi  $p_x$  menyatakan peluang seseorang yang tepat berusia  $x$  akan hidup mencapai hari ulang tahunnya yang ke- $(x + 1)$  tahun, dihitung dengan persamaan

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x};$$

5. notasi  $q_x$  menyatakan peluang seseorang yang tepat berusia  $x$  akan meninggal, sebelum mencapai usia  $x + 1$  tahun, yaitu

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} = 1 - p_x;$$

6. notasi  $L_x$  menyatakan jumlah tahun kehidupan yang dijalani oleh  $l_x$  orang yang mencapai (hidup pada) usia  $x$ , dan dihitung lama hidupnya sampai dengan  $x + 1$ . Fungsi ini disebut *exposure*, mengukur banyaknya individu dalam kelompok yang beranggotakan  $l_x$  individu yang terekspos/terpapar oleh risiko kematian selama tahun tersebut. Dengan menggunakan asumsi UDD, diperoleh rumus:

$$L_x = l_x - \frac{1}{2}d_x;$$

7. notasi  $T_x$  menyatakan total jumlah tahun-hidup untuk individu yang tepat berusia  $x$  hingga usia tertinggi ( $\omega$ ) pada tabel mortalitas. Persamaan untuk memperoleh nilai  $T_x$  adalah

$$T_x = \sum_x^{\omega} L_x;$$

8. notasi  $e_x$  menyatakan perkiraan rata-rata tahun-hidup atau angka harapan hidup untuk individu yang tepat berusia  $x$  tahun, dihitung dengan persamaan

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}.$$

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah peluang kematian pada TMI 2019 yang dikeluarkan oleh Persatuan Aktuaris Indonesia (PAI). Pada data tersebut

disediakan peluang kematian berturut-turut untuk jenis kelamin laki-laki dan perempuan, mulai dari usia 0 sampai dengan 111 tahun. Data disediakan pada Tabel 1. Namun, pada penelitian ini hanya akan dikerjakan untuk jenis kelamin laki-laki.

b. Hukum Mortalitas Makeham

Pada tahun 1860, seorang ahli matematika asal Inggris bernama William Matthew Makeham mengemukakan sebuah teori yang pada kemudian hari dinamakan hukum Makeham. Hukum Makeham ini memodifikasi model hukum Gompertz dengan menambahkan sebuah konstanta positif yang mencakup penyebab kematian yang tidak hanya bergantung pada faktor usia. Pada hukum Makeham, terdapat tiga konstanta positif yaitu  $A$ ,  $B$ , dan  $c$ . Konstanta  $A$  adalah konstanta positif penyebab kematian yang tidak hanya bergantung pada faktor usia saja, tetapi karena faktor lain misalnya kecelakaan dan bencana alam, konstanta  $B$  mewakili penyebab kematian secara umum, dan konstanta  $c$  adalah pertumbuhan tingkat kematian spesifik.

Tabel 1. TMI 2019 untuk Jenis Kelamin Laki-Laki dan Perempuan

Usia	Laki-Laki	Perempuan	Usia	Laki-Laki	Perempuan	Usia	Laki-Laki	Perempuan
0	0,00524	0,00266	38	0,00139	0,00100	76	0,02369	0,01879
1	0,00053	0,00041	39	0,00155	0,00108	77	0,02738	0,02030
2	0,00042	0,00031	40	0,00173	0,00118	78	0,03130	0,02326
3	0,00034	0,00024	41	0,00193	0,00128	79	0,03693	0,02880
4	0,00029	0,00021	42	0,00216	0,00141	80	0,04518	0,03569
5	0,00026	0,00020	43	0,00241	0,00154	81	0,05527	0,04208
6	0,00023	0,00022	44	0,00270	0,00169	82	0,06732	0,04907
7	0,00021	0,00023	45	0,00302	0,00187	83	0,08228	0,05520
8	0,00020	0,00022	46	0,00338	0,00209	84	0,09478	0,06086
9	0,00020	0,00021	47	0,00377	0,00230	85	0,10465	0,06715
10	0,00019	0,00019	48	0,00418	0,00253	86	0,11533	0,07318
11	0,00019	0,00018	49	0,00461	0,00277	87	0,12698	0,08155
12	0,00019	0,00020	50	0,00508	0,00305	88	0,13947	0,09045
13	0,00020	0,00022	51	0,00556	0,00335	89	0,15271	0,10001
14	0,00023	0,00023	52	0,00609	0,00368	90	0,16659	0,10913
15	0,00027	0,00023	53	0,00667	0,00403	91	0,17991	0,11521
16	0,00031	0,00024	54	0,00727	0,00442	92	0,19390	0,12499
17	0,00037	0,00024	55	0,00789	0,00483	93	0,20874	0,13826
18	0,00043	0,00025	56	0,00847	0,00524	94	0,22451	0,15451
19	0,00047	0,00026	57	0,00898	0,00563	95	0,24126	0,17429
20	0,00049	0,00027	58	0,00939	0,00601	96	0,25715	0,19155
21	0,00049	0,00028	59	0,00971	0,00636	97	0,27419	0,20596
22	0,00049	0,00030	60	0,00999	0,00671	98	0,29249	0,22227
23	0,00049	0,00032	61	0,01024	0,00707	99	0,31215	0,23736
24	0,00050	0,00034	62	0,01046	0,00746	100	0,33331	0,25810
25	0,00052	0,00038	63	0,01071	0,00788	101	0,35163	0,28068
26	0,00055	0,00042	64	0,01104	0,00833	102	0,37132	0,30562
27	0,00060	0,00046	65	0,01146	0,00883	103	0,39250	0,33315
28	0,00065	0,00049	66	0,01199	0,00940	104	0,41527	0,36369
29	0,00070	0,00052	67	0,01260	0,01005	105	0,43973	0,39318
30	0,00075	0,00056	68	0,01329	0,01076	106	0,46602	0,42883
31	0,00081	0,00060	69	0,01405	0,01150	107	0,49429	0,46604
32	0,00087	0,00064	70	0,01485	0,01229	108	0,52467	0,50427
33	0,00093	0,00069	71	0,01574	0,01314	109	0,55733	0,54477
34	0,00099	0,00074	72	0,01670	0,01406	110	0,59244	0,58702
35	0,00107	0,00080	73	0,01777	0,01508	111	1,00000	1,00000
36	0,00116	0,00086	74	0,01895	0,01620			
37	0,00127	0,00093	75	0,02026	0,01743			

Berikut adalah beberapa fungsi yang terdapat dalam hukum Makeham dengan variabel-variabel yang digunakan yaitu laju kematian ( $\mu_x$ ), peluang hidup ( $p_x$ ), peluang meninggal ( $q_x$ ), jumlah populasi ( $l_x$ ), dan banyaknya kematian ( $d_x$ ). Persamaan untuk masing-masing variabel berturut-turut diberikan pada persamaan (1) sampai dengan (5).

$$\mu_x = A + Bc^x ; B > 0, A > -B, c > 1, x > 0 \quad (1)$$

$$l_x = l_0 \cdot \exp\left(-Ax - \frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right) \quad (2)$$

$$d_x = l_0 \cdot \exp\left(-Ax - \frac{B}{\ln c} (c^x - 1)\right) - l_0 \cdot \exp\left(-A(x-1) - \frac{B}{\ln c} (c^{x+1} - 1)\right) \quad (3)$$

$$p_x = \exp\left(-A - \frac{Bc^x}{\ln c} (c-1)\right) \quad (4)$$

$$q_x = 1 - \exp\left(-A - \frac{Bc^x}{\ln c} (c-1)\right) \quad (5)$$

Menurut Indriani & Sari [1], persamaan regresi sederhana berdasarkan hukum Makeham diperoleh dari persamaan (4), yaitu:

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-q_x}\right)\right) = x \ln c + \ln\left(\frac{AB}{\ln c} (c-1)\right)$$

dengan

$$y_i = \ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-q_x}\right)\right)$$

$$a = x \ln c$$

$$b = \ln\left(\frac{AB}{\ln c} (c-1)\right)$$

sehingga diperoleh penaksir regresi sederhana

$$y = ax + b.$$

### c. Metode Kuadrat Terkecil

Metode kuadrat terkecil atau juga disebut dengan *ordinary least square* (OLS) merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menaksirkan koefisien regresi dengan tujuan utamanya adalah mengestimasi koefisien regresi guna meminimumkan jumlah kuadrat galat [5].

Misalkan  $y_i = \beta + \alpha \cdot x_i + \varepsilon_i$  ;  $i = 1, 2, \dots, n$  merupakan suatu persamaan regresi linier sederhana. Penaksir untuk persamaan tersebut adalah  $\hat{y}_i = b + a \cdot x_i$  dan nilai-nilai untuk  $a$  dan  $b$  diperoleh dengan metode OLS.

$$R = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - b - ax_i)^2$$

$$\frac{dR}{da} = 0 \rightarrow a = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\frac{dR}{db} = 0 \rightarrow b = \bar{y} - a\bar{x}$$

dengan  $\hat{y}_i$ : penaksir model

$a$ : penaksir  $\alpha$

$b$ : penaksir  $\beta$ .

Dalam hukum Makeham metode kuadrat terkecil ini digunakan untuk mencari konstanta-konstanta  $A$ ,  $B$  dan  $c$ . Konstanta-konstanta yang sudah diperoleh digunakan untuk menghitung komponen-komponen pada tabel mortalitas, yaitu  $l_x$  (jumlah populasi),  $d_x$  (banyaknya kematian),  $p_x$  (peluang hidup) dan  $q_x$  (peluang meninggal).

### 3. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah nilai  $q_x$  pada Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) tahun 2019 untuk laki-laki. Pengolahan data pada penelitian ini menggunakan *software Microsoft Excel*. Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah:

1. mengestimasi parameter pada hukum mortalitas Makeham yang akan digunakan dalam pembentukan

pada pengkonstruksian tabel mortalitas berdasarkan hukum Makeham;

2. menghitung nilai  $q_x$  untuk  $x = 0$  sampai  $x = \omega$  berdasarkan hukum mortalitas Makeham;
3. membuat tabel mortalitas berdasarkan hukum Makeham;
4. membuat ilustrasi grafis untuk tabel mortalitas dengan hukum Makeham; dan
5. diperoleh konstruksi Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) menggunakan hukum Makeham.

## 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

### a. Model Regresi Linier Untuk Hukum Mortalitas Makeham

Laju kematian berdasarkan hukum Makeham didefinisikan pada persamaan (1). Koefisien  $A$  adalah konstanta positif penyebab kematian yang tidak hanya bergantung pada faktor usia, koefisien  $B$  mewakili penyebab kematian secara umum, dan koefisien  $c$  adalah pertumbuhan tingkat kematian. Persamaan (1), dapat disusun kembali menjadi persamaan

$$\mu_x - A = Bc^x. \quad (6)$$

Dengan menggunakan logaritma natural pada persamaan (6), maka diperoleh

$$\begin{aligned} \ln(\mu_x - A) &= \ln(Bc^x) \\ \ln(\mu_x - A) &= x \ln c + \ln B. \end{aligned} \quad (7)$$

Persamaan (7) merupakan persamaan regresi

$$y = \beta + \alpha \cdot x + \varepsilon$$

dengan

$$y = \ln(\mu_x - A)$$

$$\alpha = \ln c$$

$$\beta = \ln B$$

sehingga penaksir dari  $y_i = \beta + \alpha \cdot x_i + \varepsilon_i$  adalah

$$\hat{y} = b + a \cdot x_i.$$

### b. ESTIMASI PARAMETER HUKUM MORTALITAS MAKEHAM UNTUK LAKI-LAKI

Untuk mengkonstruksi TMI 2019 berdasarkan hukum Makeham untuk laki-laki, hal yang harus dilakukan adalah menentukan konstanta-konstanta  $A$ ,  $B$  dan  $c$  dengan memaksimumkan persamaan-persamaan pada metode kuadrat terkecil sebagai berikut.

Ambil  $A = 0,001$  maka diperoleh:

$$a = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{9.032,2601}{117.068} = 0,077153963$$

$$\begin{aligned} b &= \bar{y} - a\bar{x} = -4,91274 - (0,077153963 \times 55,5) \\ &= -9,194782306 \end{aligned}$$

Kemudian diperoleh persamaan regresi sederhana sebagai berikut

$$\hat{y}_i = 0,077153963 \cdot x_i - 9,194782306. \quad (8)$$

Berdasarkan persamaan regresi (8) maka dapat dilakukan estimasi konstanta  $A$ ,  $B$  dan  $c$ .

$$\frac{dR}{da} = 0 \rightarrow a = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

Karena  $a$  merupakan penduga parameter  $\alpha$  maka diperoleh parameter  $c$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a &= \ln c \rightarrow c = \exp a = \exp 0,077153963 \\ &= 1,080208376 \end{aligned}$$

$$\frac{dR}{db} = 0 \rightarrow b = \bar{y} - a\bar{x}.$$

Karena  $b$  merupakan penduga parameter  $B$  maka diperoleh parameter  $b$  sebagai berikut:

$$b = \ln B \rightarrow B = \exp b = \exp(-9,194782306) = 0,000101568$$

sehingga diperoleh konstanta-konstanta pada hukum mortalitas Makeham yaitu  $A = 0,001$ ;  $B = 0,000101568$ ;  $c = 1,080208376$ . Dengan merujuk pada persamaan (5), nilai  $q_x$  berdasarkan hukum Makeham dihitung dengan persamaan sebagai berikut:

$$q_x = 1 - \exp \left( - \frac{\left( \frac{(0,000101568)(1,080208376)^x}{\ln 1,080208376} \right) \times (-0,001)}{0,080208376} \right) \quad (9)$$

**c. Hasil Konstruksi Tmi 2019 Berdasarkan Hukum Makeham Untuk Laki-Laki**

Tabel Mortalitas Makeham untuk laki-laki berdasarkan TMI 2019 untuk laki-laki dapat dilihat pada Tabel 2. Angka-angka pada Tabel 2 dihitung dengan menggunakan persamaan (9).

**Tabel 2. Tabel Mortalitas Makeham untuk Laki-Laki Berdasarkan TMI 2019**

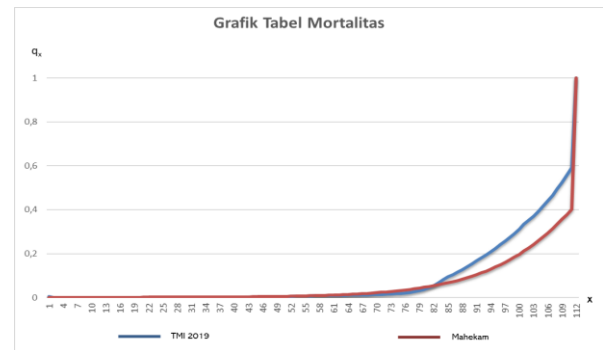
$x$	$q_x$	$x$	$q_x$	$x$	$q_x$
0	0,001104978	38	0,002976654	76	0,037450605
1	0,001113438	39	0,003135068	77	0,040316016
2	0,001122576	40	0,003306161	78	0,043401673
3	0,001132447	41	0,003490943	79	0,046723681
4	0,001143110	42	0,003690509	80	0,050299180
5	0,001154627	43	0,003906036	81	0,054146399
6	0,001167069	44	0,004138798	82	0,058284689
7	0,001180508	45	0,004390168	83	0,062734564
8	0,001195025	46	0,004661629	84	0,067517735
9	0,001210706	47	0,004954780	85	0,072657134
10	0,001227645	48	0,005271347	86	0,078176937
11	0,001245941	49	0,005613193	87	0,084102565
12	0,001265705	50	0,005982325	88	0,090460690
13	0,001287054	51	0,006380911	89	0,097279208
14	0,001310115	52	0,006811288	90	0,104587210
15	0,001335025	53	0,007275974	91	0,112414919
16	0,001361932	54	0,007777689	92	0,120793610
17	0,001390996	55	0,008319360	93	0,129755502
18	0,001422391	56	0,008904145	94	0,139333605
19	0,001456302	57	0,009535447	95	0,149561547
20	0,001492932	58	0,010216934	96	0,160473337
21	0,001532499	59	0,010952555	97	0,172103098
22	0,001575238	60	0,011746564	98	0,184484724
23	0,001621402	61	0,012603543	99	0,197651496
24	0,001671267	62	0,013528425	100	0,211635615
25	0,001725129	63	0,014526516	101	0,226467668
26	0,001783308	64	0,015603528	102	0,242176019
27	0,001846149	65	0,016765603	103	0,258786107
28	0,001914027	66	0,018019345	104	0,276319670
29	0,001987343	67	0,019371851	105	0,294793873
30	0,002066534	68	0,020830747	106	0,314220356
31	0,002152070	69	0,022404220	107	0,334604199
32	0,002244458	70	0,024101058	108	0,355942817
33	0,002344246	71	0,025930688	109	0,378224792
34	0,002452028	72	0,027903216	110	0,401428678
35	0,002568441	73	0,030029469	111	1,000000000
36	0,002694177	74	0,032321041		
37	0,002829979	75	0,034790334		

Pada Tabel 2, terlihat bahwa nilai  $q_x$  atau probabilitas meninggal pada umur  $x$  memiliki kecenderungan meningkat secara perlahan untuk umur 0 - 74 tahun. Artinya antara usia 0 - 74 tahun, grafik akan

mengalami naik cenderung mendatar. Sementara nilai  $q_x$  pada umur 75 - 111 tahun meningkat tajam. Artinya antara usia 75 - 111 tahun, grafik akan naik secara tajam.

**d. Ilustrasi Grafis Untuk Tabel Mortalitas**

Ilustrasi grafis untuk Tabel Mortalitas Indonesia 2019 untuk laki-laki beserta hasil konstruksi Tabel Mortalitas Makeham dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Grafik Tabel Mortalitas TMI 2019 dan Makeham untuk Laki-Laki

Pada Gambar 1 disajikan grafik probabilitas meninggal pada umur  $x$  atau  $q_x$  untuk Tabel Mortalitas Indonesia 2019 laki-laki dan hasil konstruksinya dengan hukum Makeham. Terlihat bahwa untuk TMI 2019 memiliki nilai  $q_x$  paling rendah pada umur 10 sampai 12 tahun yaitu 0,00019. Sedangkan untuk Tabel Mortalitas Makeham memiliki nilai  $q_x$  paling rendah pada umur 0 tahun yaitu 0,001104978. Pada Tabel Mortalitas Makeham nilai  $q_x$  atau probabilitas kematian pada umur  $x$  terus naik seiring bertambahnya usia yaitu dari 0 sampai 111 tahun. Sedangkan untuk TMI 2019 terdapat kenaikan dan penurunan nilai  $q_x$  atau probabilitas kematian pada umur  $x$ , namun pada umur 8 tahun nilai  $q_x$  terus bertambah seiring bertambah usia hingga 111 tahun.

**5. SIMPULAN DAN SARAN**

Konstruksi nilai  $q_x$  pada TMI 2019 untuk laki-laki dengan menggunakan hukum Makeham diperoleh dengan pendekatan UDD (*uniform distribution of death*) yaitu  $\mu_x = \frac{q_x}{1 - \frac{1}{2}q_x}$  kemudian nilai  $q_x$  untuk Makeham diperoleh dari  $q_x = 1 - \exp \left( -A - \frac{Bc^x}{\ln c} (c - 1) \right)$ . Apabila diambil nilai  $A = 0,001$  maka dengan menggunakan metode kuadrat terkecil diperoleh  $B = 0,000101568$  dan  $c = 1,080208376$ . Hasil konstruksi nilai  $q_x$  pada TMI 2019 untuk laki-laki dengan menggunakan hukum Makeham cenderung lebih rendah apabila dibandingkan dengan nilai  $q_x$  pada TMI 2019 untuk laki-laki. Pada hasil konstruksi dengan hukum Makeham, nilai  $q_x$  terendah terjadi pada umur 0 tahun yaitu  $q_x = 0,001104978$  yang artinya peluang orang yang saat ini berusia 0 tahun meninggal sebelum mencapai usia 1 tahun adalah sebesar 0,001104978. Sedangkan nilai  $q_x$  tertinggi terjadi pada umur 111 tahun yaitu  $q_x = 1$  yang artinya peluang orang yang saat ini

berusia 111 tahun meninggal sebelum mencapai usia 112 tahun adalah sebesar 1, atau dengan kata lain penduduk laki-laki Indonesia tidak ada yang mencapai umur 111 tahun.

Untuk penelitian selanjutnya, dapat digunakan TMI 2019 perempuan atau dapat juga digunakan tabel TMI tahun yang lainnya untuk mencari hasil konstruksinya dengan hukum Makeham. Selain itu, untuk mencari nilai-nilai konstanta pada hukum Makeham dapat dilakukan dengan metode lain selain dengan menggunakan metode kuadrat terkecil. Saran lain yang dapat diberikan adalah tabel yang diperoleh dapat digunakan untuk menghitung besar dana *tabarru'* [6].

## 6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Indriani, R., Sari, D.P. "Perhitungan Dana *Tabarru'* Asuransi Syariah Menggunakan Hukum Mortalita Makeham dengan Metode *Cost of Insurance*", *UNP Journal of Mathematics*, vol. , issue 2, pp. 23-27, 2020.
- [2] Putra, D.A., Fitriyati, N., Mahmudi, M. Fit of the 2011 Indonesian Mortality Table to Gompertz Law and Makeham Law using Maximum Likelihood Estimation. *InPrime: Indonesian Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol. 1, issue 2, 68-76, 2019.
- [3] Siegel, J.S., Swanson, D.A. *The Methods and Materials Demography* 2<sup>nd</sup> Ed., USA, Elsevier Inc, 2004, 150 p.
- [4] Soysa, H.I.B., Dissanayake, R.A., Attygalle, M.D.T. Estimating Parameters of Makeham's Law of Mortality. 17<sup>th</sup> *ERU SYMPOSIUM*, vol. 1, issue 1, 1-6, 2011.
- [5] Weisberg, S. *Applied Linear Regression*. Singapura, John Wiley & Sons, 2005, 876 p.
- [6] Hidayat, F.N., Cahyandari R., Awalluddin, A.S. "Penerapan Hukum Mortalita Gompertz untuk Perhitungan Dana *Tabarru'* dengan Metode *Cost of Insurance*", *Kubik*, vol. 4, issue 1, pp. 156-162, 2019.
- [7] Mitus, A., *Analisis Perbandingan Survival Funtion dengan Hukum de Moivre dan Hukum Gompertz*, 2016, [Online]. Available at: <http://etheses.uin-malang.ac.id/3833/1/11610026.pdf>.