

PEMODELAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI PROVINSI JAWA TENGAH MENGGUNAKAN MODEL MULTILEVEL

Marwah Masruroh¹, Bayun Matsuany²

^{1,2}Institut Teknologi dan Bisnis Muhammadiyah Purbalingga

*marwahmasruroh@itbmp.ac.id, bayunmatsuany@itbmp.ac.id

Abstrak

Faktor-faktor yang mempengaruhi nilai Indeks Pembangunan Manusia (IPM) telah cukup banyak dilakukan, namun demikian masih sedikit studi yang memperhatikan faktor lingkungan dalam literturnya. Dimana karakteristik lingkungan yang berbeda akan memberikan ragam nilai IPM yang berbeda pula. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan faktor Angka Melek Huruf (AMH), Rata-rata Lama Sekolah (RLS), Angka Harapan Hidup (AHH), dan Pengeluaran per Kapita (PPP) terhadap nilai IPM pada kabupaten-kabupaten di Provinsi Jawa Tengah. Pemodelan multilevel yang diterapkan menunjukkan bahwa keempat faktor tersebut berpengaruh secara signifikan terhadap nilai IPM. Pada tiga sampel kabupaten yang dipilih, yaitu kabupaten Purbalingga, Magelang, dan Sragen, keempat faktor tersebut secara berurutan dapat menjelaskan nilai IPM dengan baik yaitu sebesar 96,22%, 98,71%, dan 92,50%.

Keywords: IPM, Kabupaten, Regresi Linear, Multilevel

1. Pendahuluan

Kesejahteraan masyarakat menjadi salah satu tujuan yang ingin dicapai oleh setiap wilayah. Dalam mewujudkannya tidak cukup jika hanya berfokus pada aspek pembangunan ekonomi semata, melainkan lebih luas yaitu dapat dilihat dari aspek pembangunan manusia. Salah satu ukuran yang dapat digunakan untuk melihat keberhasilan kinerja suatu wilayah dalam bidang pembangunan manusia adalah Indeks Pembangunan Manusia (IPM) yang terdiri dari beberapa indikator, yaitu indikator kesehatan (indeks angka harapan hidup), indikator pendidikan, (indeks angka melek huruf dan rata-rata lama sekolah) serta indikator ekonomi (indeks daya konsumsi/pengeluaran per kapita). Ketiga indikator ini dianggap dapat mengukur tingkat kesejahteraan dan keberhasilan pembangunan manusia di suatu wilayah. Pada tahun 2021, data IPM pada kabupaten-kabupaten di Provinsi Jawa Tengah menunjukkan nilai yang cukup

beragam yakni berkisar dari 66,32 hingga 83,60 [1].

Keragaman ini dapat dipicu oleh faktor lingkungan, dimana dalam berbagai penelitian sosial dikatakan bahwa lingkungan merupakan salah satu aspek yang mempengaruhi pembentukan dan perkembangan perilaku individu. Secara umum, individu dan lingkungan merupakan struktur yang bertingkat (hierarki). Struktur hierarki mengindikasikan bahwa data yang dianalisis terdiri dari beberapa level, dimana level yang lebih rendah tersarang dalam level yang lebih tinggi. Dalam struktur hierarki, individu-individu dalam kelompok yang sama cenderung mirip, sehingga antar observasi pada level yang lebih rendah tidak saling bebas. Dengan kata lain, terdapat dependensi antar level pengukuran. Kasus dengan tipe data seperti ini tidak dapat dianalisis dengan pemodelan regresi biasa yang mengharuskan variabel responnya saling independen, sehingga dibutuhkan

pendekatan model lain yang sesuai. Salah satu model statistika yang dapat digunakan dalam memodelkan kelompok data dengan struktur hierarki adalah pemodelan multilevel [2].

Beberapa penelitian terkait pemodelan multilevel telah banyak dilakukan, diantaranya pada pemodelan hasil Program for International Students Assessment (PISA). Analisis multilevel menunjukkan bahwa beberapa faktor tingkat siswa memberikan kontribusi signifikan terhadap hasil tersebut, yaitu jenis kelamin, *growth mindset*, serta status ekonomi dan sosial budaya siswa [4].

Penelitian lainnya diterapkan dalam memodelkan faktor yang mempengaruhi angka kematian bayi di Indonesia berdasarkan kelompok provinsi sebagai level 2. Diperoleh hasil bahwa kenaikan faktor-faktor pada level 1 yaitu pemeriksaan pertama, pemeriksaan neonatal, pertolongan medis, dan pelayanan kesehatan bayi terbukti dapat menurunkan angka kematian bayi [6]. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan nilai IPM di Provinsi Jawa Tengah dengan pemodelan multilevel yang terdiri dari dua level faktor, level satu yaitu variabel prediktor dan level dua yaitu kabupaten. Struktur hierarki dapat diperlihatkan pada data IPM yang berkorelasi dengan lingkungan kabupatennya. Dimana perbedaan lingkungan antar kabupaten tentu akan berpengaruh terhadap perilaku masyarakatnya.

2. Metodologi

Metode penelitian yang digunakan untuk memodelkan nilai Indeks Pembangunan Manusia menggunakan model multilevel adalah sebagai berikut: (1) penentuan model regresi, (2) pendugaan parameter model, (3) uji signifikansi parameter pendugaan, (4) pembentukan model dan interpretasi.

2.1 Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan studi mengenai ketergantungan variabel respon dengan satu atau lebih variabel prediktor yang dinyatakan dalam persamaan matematik. Model regresi linear sederhana dengan satu variabel prediktor adalah:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X + \epsilon \quad (1)$$

dengan Y yaitu variabel respon, X yaitu variabel prediktor, β_1 yaitu intersep model, β_2 yaitu slope model, dan ϵ yaitu residu/galat.

2.2 Model regresi Linear Dua Level

Model regresi linear dua level merupakan model regresi multilevel sederhana yang hanya terdiri dari dua level. Level 1 terdiri atas n individu dan level 2 terdiri atas J kelompok, dalam hal ini individu-individu tersebar pada setiap kelompok level 2 ($n = n_1 + n_2 + \dots + n_j$). Model regresi linear dua level memiliki nilai intersep dan koefisien regresi (*slope*) yang berbeda untuk setiap kelompok pada level 2. Misal, diasumsikan $i = 1, 2, \dots, n_j$ merupakan unit observasi berupa individu pada level satu dan $j = 1, 2, \dots, J$ merupakan unit observasi berupa kelompok pada level dua. Model koefisien acak untuk dua level dengan satu variabel prediktor adalah:

- Model level 1

$$Y_{ij} = \beta_{1j} + \beta_{2j} X_{ij} + \epsilon_{ij}, \quad (2)$$

dengan Y_{ij} yaitu variabel respon individu ke- i kelompok ke- j , X_{ij} yaitu variabel prediktor individu ke- i kelompok ke- j , β_{1j} yaitu intersep model kelompok ke- j , β_{2j} yaitu slope model kelompok ke- j , dan ϵ_{ij} yaitu residu/galat.

- Model level 2

$$\beta_{1j} = \beta_1 + \zeta_{1j},$$

$$\beta_{2j} = \beta_2 + \zeta_{2j}, \quad (3)$$

dengan β_1 yaitu intersep tetap model level

2, ζ_{1j} yaitu intersep acak model level 2, β_2 yaitu *slope* tetap model level 2, dan ζ_{2j} yaitu *slope* acak model level 2.

Persamaan model regresi linear dua level dengan koefisien acak dapat diperoleh dengan mensubstitusikan Persamaan (3) ke dalam Persamaan (2), yaitu :

$$Y_{ij} = (\beta_1 + \zeta_{1j}) + (\beta_2 + \zeta_{2j})X_{ij} + \varepsilon_{ij}, \quad (4)$$

Model diatas disebut juga sebagai model linear campuran (*mixed linear model*), dengan asumsi-asumsi sebagai berikut:

1. $E(\zeta_{1j}|X_{ij}) = E(\zeta_{2j}|X_{ij}) = E(\varepsilon_{ij}|X_{ij}, \zeta_{1j}, \zeta_{2j}) = 0$
2. $Var(\zeta_{1j}|X_{ij}) = \psi_{11}$,
 $Var(\zeta_{2j}|X_{ij}) = \psi_{22}$,
 $Var(\varepsilon_{ij}|X_{ij}, \zeta_{1j}, \zeta_{2j}) = \theta$
3. $Cov(\zeta_{1j}, \varepsilon_{ij}|X_{ij}) = Cov(\zeta_{2j}, \varepsilon_{ij}|X_{ij}) = Cov(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{kl}|X_{ij}) = 0$
4. $Cov(\zeta_{1j}, \zeta_{2j}|X_{ij}) = Cov(\zeta_{2j}, \zeta_{1j}|X_{ij}) = \psi_{12} = \psi_{21}$

Model regresi linear dua level mengasumsikan antar observasi tidak bebas. Hal ini dapat dilihat pada nilai kovariansi antara dua buah galat pada kelompok yang sama ada nilainya yaitu sebesar ψ_{12} . Sehingga korelasi antara intersep dan *slope* acaknya adalah:

$$\rho_{21} = \frac{Cov(\zeta_{2j}, \zeta_{1j}|X_{ij})}{\sqrt{Var(\zeta_{1j}|X_{ij})Var(\zeta_{2j}|X_{ij})}} \frac{\psi_{21}}{\sqrt{\psi_{11}\psi_{22}}} \quad (5)$$

Residu (galat) total pada regresi linear dua level dengan model koefisien acak adalah:

$$\xi_{ij} = \zeta_{1j} + \zeta_{2j}X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (6)$$

Kelayakan model regresi salah satunya dapat dilihat melalui nilai *adjusted* koefisien determinasi (*Adj R²*). Nilai ini menunjukkan seberapa besar variabel prediktor dapat menjelaskan variabel responnya, semakin tinggi nilainya (mendekati 1) menginterpretasikan bahwa model regresi yang diperoleh

semakin baik. Formula *Adj R²* pada kelompok ke-*j* adalah:

$$Adj R_j^2 = 1 - \frac{\left[\frac{\sum(Y_{ij} - \hat{Y}_{ij})^2}{(n_j - 1)} \right]}{\left[\frac{\sum(Y_{ij} - \bar{Y}_j)^2}{(n_j - p - 1)} \right]} \quad (7)$$

dengan Y_{ij} yaitu variabel respon individu ke-*i* kelompok ke-*j*, \hat{Y}_{ij} yaitu dugaan variabel respon individu ke-*i* kelompok ke-*j*, \bar{Y}_j yaitu rata-rata kelompok ke-*j*, n_j yaitu banyaknya individu kelompok ke-*j*, dan p yaitu banyaknya variabel prediktor.

2.3 Pendugaan Parameter Model

Metode pendugaan yang dapat digunakan untuk menduga parameter fiks dari model multilevel salah satunya adalah metode *Generalized Least Square* (GLS). Untuk mendapatkan dugaan ini harus melalui proses iterasi, sehingga metode pendugaannya disebut *Iterative Generalized Least Square* (IGLS). Penduga IGLS secara umum menghasilkan penduga yang bias, terutama pada saat ukuran observasi kecil. Untuk mendapatkan penduga yang tak bias, penduga IGLS kemudian dimodifikasi kembali dan dikenal dengan istilah *Restricted Iterative Generalized Least Square* (RIGLS). Hasil penduga parameter oleh metode RIGLS akan sama dengan penduga yang dihasilkan menggunakan metode *Maximum Likelihood* (MLE). Sehingga penduga MLE dapat digunakan untuk menduga parameter-parameter dalam model multilevel.

2.4 Uji Signifikansi Parameter Dugaan

Pengujian signifikansi parameter model regresi linear dua level dilakukan secara parsial, dengan hipotesis yaitu:

$H_0 : \beta_p = 0$ (variabel prediktor p tidak berpengaruh signifikan terhadap variabel respon)

$H_1 : \beta_p \neq 0$ (variabel prediktor p berpengaruh signifikan terhadap variabel respon)

dengan statistik uji yang digunakan adalah uji *Wald*:

$$W_p = \left[\frac{\hat{\beta}_p}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_p}} \right]^2 \quad (8)$$

W_p berdistribusi Chi Kuadrat $\chi^2_{\alpha,1}$, dan nilai α adalah taraf signifikansi. Kriteria uji signifikansi parameter *Wald* adalah tolak H_0 jika nilai $\chi^2_{\alpha,1} \leq W_p$ atau nilai *p-value* $\leq \alpha$.

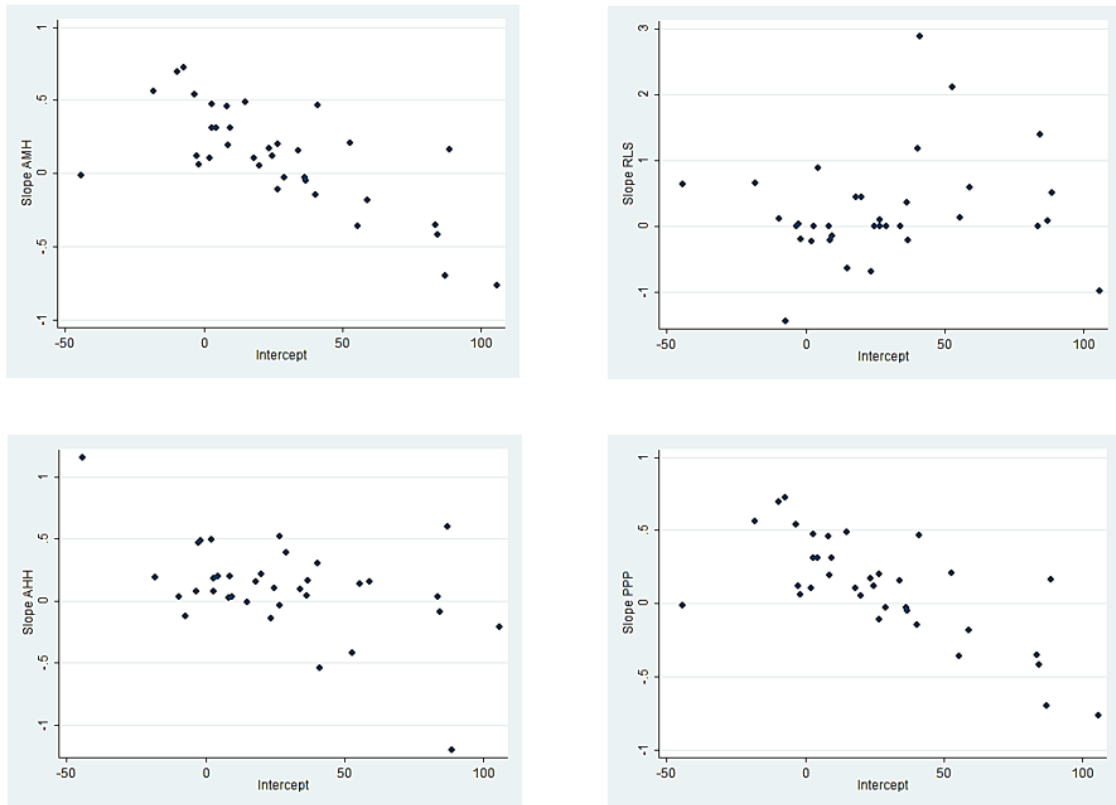
3. Hasil dan Pembahasan

Penelitian ini menggunakan data IPM sebagai variabel respon, serta Angka Melek Huruf (AMH), Rata-rata Lama

Sekolah (RLS), Angka Harapan hidup (AHH), dan Pengeluaran per Kapita (PPP) sebagai variabel prediktor pada 35 kabupaten di Provinsi Jawa Tengah dari tahun 2014 sampai dengan tahun 2021. Data tersebut diambil dari website Badan Pusat Statistik pada 22 Desember 2022.

3.1 Penentuan Model Regresi

Penentuan model regresi linear dua level ditentukan berdasarkan hasil analisis struktur hierarki pada penelitian. Analisis tersebut data dapat dilihat melalui nilai *intersep* dan *slope* dari garis regresi untuk masing-masing kabupaten.



Gambar 1. *Scatter Plot* intersep dan *slope* semua kabupaten

Berdasarkan *scatter plot* diatas, terlihat bahwa nilai *intersep* dan *slope* dari garis regresi adalah berbeda untuk setiap kabupaten pada masing-masing variabel. Hal ini ditunjukkan dari letak titik-titik yang berbeda satu dengan yang lainnya, yang mengindikasikan bahwa terdapat struktur hierarki pada data. Artinya,

bahwa keragaman kabupaten berpengaruh terhadap nilai IPM di Provinsi Jawa Tengah.

3.2 Pendugaan Parameter Model

Banyaknya parameter yang diduga menyesuaikan dengan variabel prediktor yang digunakan pada level satu maupun level dua. Hasil pendugaan parameter

dengan metode MLE untuk model koefisien acak adalah sebagai berikut:

Tabel 1. Pendugaan Parameter Tetap

Parameter Penduga	Nilai	Standar Error	p-value
b_1	18,7963	2,1530	0.000
b_2 (AMH)	0,1731	0,0273	0.000
b_3 (RLS)	0,5713	0,0973	0.000
b_4 (AHH)	0,1234	0,0229	0.000
b_5 (PPP)	0,0022	0,0001	0.000

3.3 Uji Signifikansi Parameter Pendugaan

Pengujian signifikansi parameter ini bertujuan untuk mengetahui apakah variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap variabel respon (IPM) ataukah tidak. Uji ini dilakukan secara parsial dengan hipotesis sebagai berikut :

$H_0 : \beta_i = 0$ (variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap variabel respon)

$H_1 : \beta_i \neq 0$ (variabel prediktor tidak berpengaruh signifikan terhadap variabel respon)

Menggunakan statistik uji pada Persamaan (8) dan dugaan parameter pada Tabel 1, terlihat bahwa semua variable prediktor, yaitu AMH, RLS, AHH, dan PPP memberikan pengaruh yang signifikan terhadap nilai IPM pada tingkat signifikansi 5%. Hal ini dikarenakan nilai p-value yang diperoleh untuk masing-masing variabel prediktor adalah $0,000 < \alpha = 0,05$. Hasil pengujian ini juga memberikan arti bahwa keragaman yang ada pada koefisien *slope* berarti, sehingga dapat disimpulkan bahwa kabupaten memberikan pengaruh yang nyata terhadap nilai IPM.

3.4 Pembentukan Model dan Interpretasi

Berdasarkan hasil pendugaan parameter pada Tabel 1 yang mengacu ke persamaan (4), diperoleh model regresi

linear dua level untuk data IPM di provinsi Jawa Tengah adalah sebagai berikut:

$$IPM_{ij} = (18,7963 + \zeta_{1j}) + (0,1731 + \zeta_{2j}) AMH_{ij} + (0,5713 + \zeta_{3j}) RLS_{ij} + (0,1234 + \zeta_{4j}) AHH_{ij} + (0,0022 + \zeta_{5j}) PPP_{ij}$$

Dengan j yaitu unit level-2 (kabupaten), i yaitu unit level-1 (tahun), ζ_{1j} yaitu intersep acak model level-2, dan $\zeta_{2j}, \zeta_{3j}, \zeta_{4j}, \zeta_{5j}$ yaitu *slope* acak level-2.

Dari model regresi diatas dapat diinterpretasikan bahwa apabila variabel AMH mengalami peningkatan sebesar 1% dan variabel lain tetap maka nilai IPM akan meningkat sebesar 0,1731 satuan, tetapi peningkatan ini juga tetap dipengaruhi oleh keragaman dalam kabupaten. Dengan analogi yang sama juga berlaku untuk variabel RLS, AHH, dan PPP. Artinya kabupaten yang berbeda akan memberikan pengaruh yang berbeda juga dalam peningkatan nilai IPM selain pengaruh yang diberikan oleh keempat variabel prediktornya.

Pada penelitian ini, dari tiga puluh enam kabupaten yang diteliti hanya akan disajikan 3 bentuk model akhir nilai IPM pada kabupaten Purbalingga, Magelang, dan Sragen menggunakan hasil pendugaan parameter acak pada ketiga kabupaten tersebut yaitu:

Tabel 2. Pendugaan Parameter Acak

Kabupaten	ζ_{1j}	ζ_{2j}	ζ_{3j}	ζ_{4j}	ζ_{5j}	$Adj R^2$
Purbalingga	7,9571	-0,2821	-0,4615	0,3961	- 0,0009	0,9622
Kebumen	1,3896	-0,1223	-0,1254	0,0954	0,0006	0,9871
Wonosobo	33,9477	0,0348	0,0954	-0,5383	- 0,0007	0,9250

Berdasarkan model regresi linear dua level yang telah diperoleh sebelumnya, dan nilai-nilai parameter acak untuk ketiga kabupaten diatas, maka diperoleh model lengkap untuk:

Kabupaten Purbalingga ($j = 3$):

$$\begin{aligned} IPM_{i3} &= (18,7963 + 7,9571) + (0,1731 - 0,2821) AMH_{ij} \\ &\quad + (0,5713 - 0,4615) RLS_{ij} \\ &\quad + (0,1234 + 0,3961) AHH_{ij} + (0,0022 - 0,0009) PPP_{ij} \\ &= 26,7534 - 0,1090 AMH_{ij} + 0,1098 RLS_{ij} + 0,5195 AHH_{ij} + 0,0013 PPP_{ij} \end{aligned}$$

Kabupaten Magelang ($j = 8$):

$$\begin{aligned} IPM_{i5} &= (18,7963 + 1,3896) + (0,1731 - 0,1223) AMH_{ij} \\ &\quad + (0,5713 - 0,1254) RLS_{ij} \\ &\quad + (0,1234 + 0,0954) AHH_{ij} + (0,0022 + 0,0006) PPP_{ij} \\ &= 20,1859 + 0,0508 AMH_{ij} + 0,4459 RLS_{ij} + 0,2188 AHH_{ij} + 0,0028 PPP_{ij} \end{aligned}$$

Kabupaten Sragen ($j = 14$):

$$\begin{aligned} IPM_{i7} &= (18,7963 + 33,9477) + (0,1731 + 0,0348) AMH_{ij} \\ &\quad + (0,5713 + 1,5327) RLS_{ij} \\ &\quad + (0,1234 - 0,5383) AHH_{ij} + (0,0022 - 0,0007) PPP_{ij} \\ &= 52,7440 + 0,2079 AMH_{ij} + 2,1040 RLS_{ij} - 0,4149 AHH_{ij} + 0,0015 PPP_{ij} \end{aligned}$$

Berdasarkan Tabel 2, kelayakan model pada ketiga kabupaten diatas dapat dilihat melalui nilai *adjusted* R^2 . Secara berurutan pada kabupaten Purbalingga, Magelang, dan Sragen yaitu sebesar 0,9622, 0,9871, dan 0,9250. Masing-masing nilainya mendekati 1 yang mengindikasikan bahwa model tersebut baik.

4. Kesimpulan

Model regresi linear dua level untuk data IPM pada kabupaten-kabupaten di Provinsi Jawa Tengah dari tahun 2014 sampai dengan tahun 2021 yang dipengaruhi oleh variabel AMH, RLS, AHH, dan PPP dalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} IPM_{ij} &= (18,7963 + \zeta_{1j}) + (0,1731 + \zeta_{2j}) AMH_{ij} + (0,5713 + \zeta_{3j}) RLS_{ij} \\ &\quad + (0,1234 + \zeta_{4j}) AHH_{ij} + (0,0022 + \zeta_{5j}) PPP_{ij} \end{aligned}$$

Secara umum, keempat variabel prediktor AMH, RLS, AHH, dan PPP berpengaruh secara signifikan terhadap nilai IPM pada kabupaten-kabupaten di Jawa Tengah. Secara khusus, nilai IPM pada kabupaten Purbalingga, Magelang dan Sragen dapat dijelaskan dengan baik oleh keempat variabel prediktor. Hal ini terlihat dari nilai *adjusted* R^2 yang tinggi pada ketiga model tersebut, secara berurutan yaitu 0,9622, 0,9871, dan 0,9250. Artinya keempat variabel prediktor dapat menjelaskan nilai IPM di kabupaten Purbalingga sebesar 96,22%, di kabupaten Magelang sebesar 98,71%, dan di kabupaten

Sragen sebesar 92,50%, sedangkan sisanya dijelaskan oleh variabel lain diluar penelitian ini.

Daftar Pustaka / References

- [1] Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Tengah, <https://jateng.bps.go.id/> , diakses pada tanggal 02 Desember 2022.
- [2] Golstein, H, *Multilevel Statistical Models*, John Wiley and Sons: United Kingdom, 2011.
- [3] Hox, J, *Multilevel Analysis: Techniques and Application*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers: London, 2002.
- [4] Kismiantini, et all, “Growth Mindset, School Context, and Mathematics Achievement in Indonesia: a Multilevel Model,” *Journal on Mathematics Education*, vol. 12, no. 2, pp. 279-294, 2021.
- [5] Kodir, A, *Analisis Regresi Multilevel terhadap Data Kepadatan Penduduk Provinsi Lampung Tahun 2016 dengan Metode Restricted Maximum Likelihood*, Skripsi: UNILA, 2018.
- [6] Mardia A, dkk, “Model Multilevel untuk Menentukan Faktor yang Mempengaruhi Angka Kematian Bayi,” *Mathematics Science and Application Journal*, vol. 1, no. 1, pp. 1-13, 2020.
- [7] Purwanto A, “Pemodelan Regresi Multilevel pada Pengaruh Masalah yang Dihadapi Siswa terhadap Hasil Belajar Matematika,” *Jurnal Axioma: Jurnal Matematika dan Pembelajaran*, vol. 7, no. 2, pp. 119-128, 2022, doi: <https://doi.org/10.56013/axi.v7i2.1269>
- [8] Santi, et all, “Multilevel Regression with Maximum Likelihood and Restricted Maximum Likelihood Method in Analyzing Indonesian Reading Literacy Scores,”

Barekeng: *Journal of Mathematics and Its Application*, vol. 16, no. 4, pp. 1423-1432, 2022, doi: <https://doi.org/10.30598/barekengvol16iss4pp1423-1432>